est du signe de g (x)

x	0		α		+∞
f'(x)		-	0	+	
f(x)	+∞	↘	f(α)	↗	+∞

Remarque :

$g(\alpha) = 0$ donc $\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2$

D'où $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ et en prenant $\alpha = 1{,}32$ donc : $f(\alpha) \approx 1{,}88$.

3° a) La droite (Δ), d' équation y = x, est asymptote à (C).

En effet, on a :

$$f(x) - x = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \text{ donc: } \lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = 0$$

ce qui signifie précisément que la courbe (C) représentative de f admet la droite (Δ) d'équation y = x comme asymptote quand x tend vers + ∞.

b)Position de (C) par rapport à (Δ).

Les points d'intersection de (C) et (Δ) sont les points de coordonnées (x, y) solutions du système :

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 1 - \ln x = 0 \end{cases}$$

d'où x = e .Par suite la courbe (C) et la droite (Δ) se coupent en un point unique le point B(e , e).

Enfin, la position de (C) et (Δ) est donnée par l'étude du signe de $f(x) - x$; or on a

$$f(x) - x = \frac{1 - \ln x}{x} \text{ est du signe de } 1 - \ln x$$

on obtient donc les résultats suivants :

* si $x > e$: $1 - \ln x < 0$ et (C) est au − dessous de (Δ) ;

* si $0 < x < e$: $1 - \ln x > 0$ et (C) est au − dessus de (Δ).

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn